Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1) (Klausur SoSe17, Aufg.2a, Hinze/Kiani)

Berechnen Sie die Lösung der folgenden Anfangswertaufgabe für $u(x, t)$:

$$\begin{aligned}u_t + \frac{1}{2} u_x &= -4u, & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+, \\u(x, 0) &= 2 \sin(x) & x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie eine Lösung $u(x, y)$ der folgenden Differentialgleichung

$$xu_x + \frac{y}{2}u_y = u,$$

die die Bedingung $u(1, y) = 1 + y^2$, $y \in \mathbb{R}$ erfüllt.

Aufgabe 3: (Nur für die sehr schnellen Rechner)

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned}u_t + 3u \cdot u_x &= 0, & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+ \\u(x, 0) &= \begin{cases} 0 & \forall x \leq 0 \\ \frac{1}{3} & \forall x > 0 \end{cases}\end{aligned}$$

- Stellen Sie das charakteristische Differentialgleichungssystem auf.
- Sind die Charakteristiken Geraden?
- Zeichnen Sie die Charakteristiken durch die Punkte $(x_k, 0) := (k, 0)$ für $k \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.
Geben Sie an welche Werte die Lösung entlang dieser Charakteristiken annimmt.
- Können Sie mit Hilfe der Teile a)- c) die Werte von $u(x, t)$ in den Punkten $(-1, 2)$, $(1, 2)$ und $(3, 2)$ angeben?

Bearbeitung am 25.04.-29.04.2022