**Klausur zur Mathematik IV
(Modul: Differentialgleichungen II)**

06. März 2023

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträgern gespeichert.

Name:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

AIW	CI CS	ET	GES	IIW IN	MB	MTB	SB	
-----	----------	----	-----	-----------	----	-----	----	--

Wertung nach PO :

Als Mathematik IV	
-------------------	--

Einzelwertung DGL II	
----------------------	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

(Unterschrift)

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		
4		

$\Sigma =$

Aufgabe 1: [4 Punkte]

Berechnen Sie die Lösung der folgenden Anfangswertaufgabe für $u(x, t)$:

$$\begin{aligned}u_t - 4t u_x &= 5, & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+, \\u(x, 0) &= \cos(x) & x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

Aufgabe 2: [6= 2+4 Punkte]

Gegeben ist die Differentialgleichung

$$u_t + (f(u))_x = 0$$

mit der Flussfunktion $f(u) = \frac{(2u+1)^2}{3}$.

- a) Ist die Lösung konstant entlang der Charakteristiken?
Sind die Charakteristiken Geraden?
Begründen Sie Ihre Antworten.
- b) Bestimmen Sie die Entropielösung der Differentialgleichung zu den Anfangswerten

$$u(x, 0) = \begin{cases} 1 & x \leq 0, \\ -1 & 0 < x. \end{cases}$$

Hinweis: Gefragt ist nur die Lösung für die vorgegebenen Anfangswerte. Sie brauchen keine Lösungen für allgemeine Anfangswerte anzugeben!

Aufgabe 3: [6 Punkte]

Bestimmen Sie die Lösung der Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned}u_t - 9u_{xx} &= 5 \sin(3x) & 0 < x < 2\pi, \quad 0 < t, \\u(x, 0) &= 0 & 0 \leq x \leq 2\pi, \\u(0, t) &= 0 & 0 \leq t, \\u(\pi, t) &= 0 & 0 \leq t.\end{aligned}$$

Aufgabe 4: [4 Punkte]

Gegeben sei das folgende Anfangswertproblem für die Wellengleichung mit stetigen Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} u_{tt} - c^2 u_{xx} &= 0 & x \in \mathbb{R}, \quad t > 0, \quad c > 0, \\ u(x, 0) = u_0(x) &= f(x), \quad u_t(x, 0) = v_0(x) = g(x), & x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass dieses Anfangswertproblem für endliche $t \in [0, T]$ wohlgestellt ist.