

Klausur Differentialgleichungen II

07. September 2021

Sie haben 60 Minuten Zeit zum Bearbeiten der Klausur. In die Wertung gehen maximal 20 Punkte ein.

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

AIW	CI	ET	GES	IIW	MB	MTB	SB	
-----	----	----	-----	-----	----	-----	----	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

Unterschrift:

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		

$\Sigma =$

Aufgabe 1: [6 Punkte]

Berechnen Sie die Lösung der folgenden Anfangswertaufgabe für $u(x, t)$:

$$\begin{aligned} u_t - 4t^3 u_x &= -u, & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+, \\ u(x, 0) &= \frac{\sin(x)}{1+x^2} & x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Aufgabe 2: [7 Punkte]

Bestimmen Sie Entropielösungen der Differentialgleichung

$$u_t + (f(u))_x = 0$$

mit der Flussfunktion $f(u) = \frac{(u-2)^4}{2}$ und den Anfangsbedingungen

$$\text{a) } u(x, 0) = \begin{cases} 2 & x \leq 0, \\ 1 & 0 < x, \end{cases} \quad \text{bzw.} \quad \text{b) } u(x, 0) = \begin{cases} 1 & x \leq 0, \\ 2 & 0 < x. \end{cases}$$

Hinweis: Gefragt sind nur Lösungen für die vorgegebenen Anfangswerte. Sie brauchen keine Lösungen für allgemeine Anfangswerte anzugeben!

Aufgabe 3: [7 Punkte]

a) Gegeben sei die Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned} u_t - 2u_{xx} &= \frac{1}{2}x \cos(t) && \text{für } x \in (0, 2), t > 0, \\ u(x, 0) &= 20 \sin(2\pi x) + 21 \sin(4\pi x) + \frac{x}{2} && \text{für } x \in [0, 2], \\ u(0, t) &= 0, \quad u(2, t) = 1 + \sin(t) && \text{für } t > 0. \end{aligned}$$

Überführen Sie die Aufgabe mittels einer geeigneten Homogenisierung der Randdaten in eine Anfangsrandwertaufgabe mit homogenen Randdaten.

b) Lösen Sie die folgende Anfangsrandwertaufgabe:

$$\begin{aligned} v_t - 2v_{xx} &= 0 && \text{für } x \in (0, 2), t > 0, \\ v(x, 0) &= 20 \sin(2\pi x) + 21 \sin(4\pi x) && \text{für } x \in [0, 2], \\ v(0, t) &= 0, \quad v(2, t) = 0 && \text{für } t > 0. \end{aligned}$$

c) Geben Sie mit Hilfe von Teil b) die Lösung für die Anfangsrandwertaufgabe aus Teil a) an.