

## Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 4, Präsenzaufgaben

#### Aufgabe 1)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$u_{xx} + 4u_{xt} + u_{tt} = 0 \quad \text{für } x \in \mathbb{R}, t > 0$$

- Bestimmen Sie den Typ der Differentialgleichung (elliptisch, hyperbolisch oder parabolisch).
- Transformieren Sie die Differentialgleichung auf Diagonalform  $\alpha \cdot \tilde{u}_{\eta\eta} + \beta \tilde{u}_{\tau\tau} = 0$ .
- Wie hängen die neuen Koordinaten  $\eta, \tau$  von den alten Koordinaten  $t, x$  ab?

#### Aufgabe 2:

- Für welche reellen Funktionen  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ist die Funktion

$$u(x, y) = \sin(4x) \cdot g(y)$$

im gesamten  $\mathbb{R}^2$  harmonisch, also eine Lösung der Laplace Gleichung??

- Bestimmen Sie alle Rotationssymmetrischen Lösungen der folgenden Randwertaufgabe

$$\begin{aligned} \Delta(u) &= -\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \text{für } 1 < x^2 + y^2 < 9, \\ u(x, y) &= 1 \quad \text{auf } x^2 + y^2 = 1, \\ u(x, y) &= 2 \quad \text{auf } x^2 + y^2 = 9. \end{aligned}$$

*Hinweis:* Vorlesung Seite 61/62.

- Sei  $u$  eine  $C^2$  Funktion mit

$$\begin{aligned} u_{xx} + u_{yy} &= 0 \quad \text{für } x^2 + y^2 < 4, \\ u(x, y) &= \frac{x + y}{4} \quad \text{für } x^2 + y^2 = 4. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie den Wert von  $u$  im Ursprung, mit Hilfe

- des Mittelwertsatzes,
- der Eindeutigkeitsaussage für die Lösung.

**Bearbeitung: 01-04.06.21**