

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben ist die folgende Anfangswertaufgabe für $u(x, t)$:

$$u_t + (u + 1)^2 u_x = 0, \quad x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+$$
$$u(x, 0) = \begin{cases} 0 & x < -1, \\ x^3 + 1 & -1 \leq x \leq 1, \\ 2 & 1 < x. \end{cases}$$

- Sind die Charakteristiken Geraden? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Geben Sie Gleichungen für die Charakteristiken durch die Punkte $(-2, 0)$, $(0, 0)$, $(2, 0)$ an.

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie die Entropielösung der Burgersgleichung $u_t + uu_x = 0$ mit den Anfangswerten

$$\text{a) } u(x, 0) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & 1 < x \end{cases} \quad \text{bzw.} \quad \text{b) } u(x, 0) = \begin{cases} 2 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & 2 < x \end{cases}$$

Bearbeitung: 18-21.05.21