

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertaufgaben für $t \in \mathbb{R}^+$, $x \in \mathbb{R}$.

a) $u_t + 3u_x = 0$ mit $u(x, 0) = xe^{-x}$.

b) $2u_t + x^2u_x = \frac{1}{u}$ mit $u(x, 0) = 2\sqrt{e^{-4x^2}}$.

Existiert die Lösung für alle $t \in \mathbb{R}^+$, $x \in \mathbb{R}$?

Wenn nicht, kann die Lösung in den Definitionslücken stetig ergänzt werden?

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie eine stetige Lösung $u(x, t)$ der folgenden Anfangsrandwertaufgabe

$$u_t + u_x = x, \quad x, t > 0$$

$$u(x, 0) = x \quad (x \geq 0)$$

$$u(0, t) = t \quad (t \geq 0)$$

mit Hilfe der Charakteristikenmethode. Bestimmen Sie dazu jeweils die Lösung zur Anfangsbedingung $u(x, 0) = x$, ($\forall x$) bzw. zur Randbedingung $u(0, t) = t$, ($\forall t$) und setzen Sie diese Lösungen stetig zusammen. Ist die so gewonnene Lösung für alle $x, t \geq 0$ partiell differenzierbar?

Abgabe bis: 30.04.21