

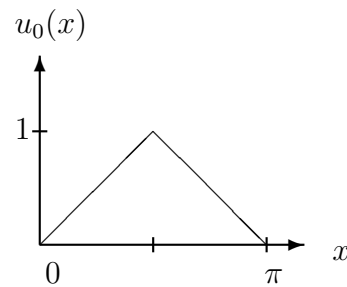
## Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 7 28.7.

#### Aufgabe 25:

Gegeben sei die Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx} & , & \quad 0 < x < \pi, \quad 0 < t, \\ u(0, t) &= 0 = u(\pi, t) & , & \quad t \geq 0, \\ u(x, 0) &= u_0(x) & , & \quad 0 \leq x \leq \pi, \\ u_t(x, 0) &= 0 & , & \quad 0 \leq x \leq \pi. \end{aligned}$$



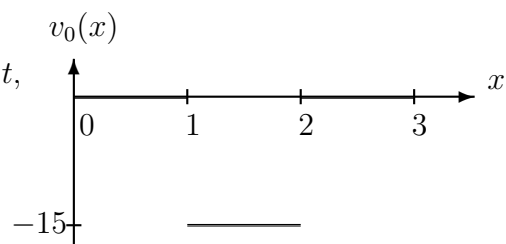
**Bild:** Anfangsauslenkung  $u_0$

- a) Man berechne die Lösung über den Produktansatz  $u(x, t) = X(x) \cdot T(t)$  und
- b) zeichne die Lösung.

#### Aufgabe 26:

Man löse die Anfangsrandwertaufgabe für die Wellengleichung

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 25u_{xx}, & \text{für } 0 < x < 3 \text{ und } 0 < t, \\ u(0, t) &= 2, \quad u(3, t) = -1, & \text{für } t \geq 0, \\ u(x, 0) &= 2 - x, & \text{für } 0 \leq x \leq 3, \\ u_t(x, 0) &= v_0(x). \end{aligned}$$



**Bild:** Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$

**Aufgabe 27:**

Man berechne die Lösung der Anfangsrandwertaufgabe der Wärmeleitungsgleichung unter Verwendung der Fourier-Methode

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} + (4t + 1) \sin(2x) + \frac{x}{\pi} e^{-t} \quad \text{für } 0 < x < \pi, \quad 0 < t, \\u(x, 0) &= \pi - x \quad \text{für } 0 \leq x \leq \pi, \\u(0, t) &= \pi, \quad u(\pi, t) = 1 - e^{-t} \quad \text{für } 0 \leq t.\end{aligned}$$

**Aufgabe 28:**

Man löse die Anfangsrandwertaufgabe für die Wellengleichung unter Verwendung der Fourier-Methode:

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx} + \sin(x) + t^2 \sin(3x), \quad \text{für } 0 < x < \pi \quad \text{und } t > 0, \\u(0, t) &= 0 = u(\pi, t), \quad \text{für } t \geq 0, \\u(x, 0) &= 2 \sin(2x), \\u_t(x, 0) &= 4 \sin(4x), \quad \text{für } 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

*Hinweis:* Es darf die sich aus dem Produktansatz ergebende Lösungsdarstellung verwendet werden.

**Tutoren gesucht:**

Für die Durchführung und/oder Korrektur von Übungen zu  
Analysis I bzw. Mathematik III im Wintersemester 2020/21  
und für den Brückenkurs Mathematik 2020/21  
suchen wir noch studentische Tutoren.

Bewerbungen bitte per email an Kai Rothe (rothe@math.uni-hamburg.de) richten mit Namen, Matrikelnummer, Studiengang und bisherigen Klausurergebnissen in Mathematik.