

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5 30.6.- 3.7.

Aufgabe 17:

Man berechne die Lösung des folgenden Dirichlet-Problems im Halbkreisring

$$\begin{aligned} r^2 u_{rr} + r u_r + u_{\varphi\varphi} &= 0 \quad \text{für} \quad 1 < r < 3 \quad \text{und} \quad 0 < \varphi < \pi, \\ u(r, 0) &= 0 \quad \text{und} \quad u(r, \pi) = 0 \quad \text{für} \quad 1 \leq r \leq 3, \\ u(1, \varphi) &= 2 \sin(\varphi) \quad \text{und} \quad u(3, \varphi) = 0 \quad \text{für} \quad 0 \leq \varphi \leq \pi, \end{aligned}$$

bestimme deren maximalen und minimalen Funktionswert und zeichne sie.

Aufgabe 18:

Man berechne die Lösung der Anfangsrandwertaufgabe für die folgende Wärmeleitungsgleichung:

$$\begin{aligned} u_t &= u_{xx} && \text{für} \quad 0 < x < 3, \\ & && 0 < t \leq T, \\ u(0, t) &= 0 = u(3, t) && \text{für} \quad 0 \leq t \leq T \\ u(x, 0) &= u_0(x) && \text{für} \quad 0 \leq x \leq 3 \end{aligned}$$

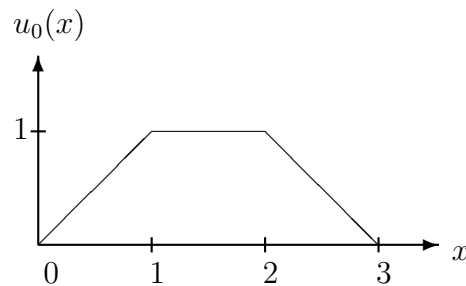


Bild 18 Anfangsfunktion u_0

und bestimme den Maximalwert der Lösung u im Gebiet $[0, 3] \times [0, T]$.

Aufgabe 19:

Gegeben sei die folgende Anfangsrandwertaufgabe für die Wärmeleitungsgleichung

$$\begin{aligned}u_t &= 3u_{xx} \quad \text{für } 0 < x < \pi, \quad 0 < t, \\u(0, t) &= 1, \quad u(\pi, t) = -1 \quad \text{für } 0 \leq t, \\u(x, 0) &= \cos x \quad \text{für } 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

- Man transformiere das gegebene Problem in u zuerst in ein Problem in v mit homogenen Randbedingungen.
- Man löse das transformierte Problem in v .
Hinweis: Es darf die sich aus dem Produktansatz ergebende Lösungsdarstellung verwendet werden.
- Man gebe die Lösung u an.
- Man bestimme den maximalen Funktionswert von u im zu Grunde liegenden Gebiet $G := [0, \pi] \times [0, \infty[$.

Aufgabe 20:

Man berechne die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} \quad \text{für } x \in \mathbb{R} \text{ und } t > 0, \\u(x, 0) &= e^{2x+3} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

- unter Verwendung der Fundamentallösung und
- mit Hilfe eines Produktansatzes.

Tutoren gesucht:

Für die Durchführung und/oder Korrektur von Übungen zu Analysis I bzw. Mathematik III im Wintersemester 2020/21 und für den Brückenkurs Mathematik 2020/21 suchen wir noch studentische Tutoren.

Bewerbungen bitte per email an Kai Rothe (rothe@math.uni-hamburg.de) richten mit Namen, Matrikelnummer, Studiengang und bisherigen Klausurergebnissen in Mathematik.