Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2019**
Prof. Dr. T. Reis
Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie mit Hilfe eines geeigneten Produktansatzes die Lösung der Randwertaufgabe

$$\begin{array}{ll} \Delta u(x,y) = 0 & x \in (0,2),\ y \in (0,1), \\ u(x,0) = g(x) := x^2 - 2x & x \in [0,2]\,, \\ u(x,1) = 0 & x \in [0,2]\,, \\ u(0,y) = 0 & y \in [0,1]\,, \\ u(2,y) = 0 & y \in [0,1]\,. \end{array}$$

Aufgabe 2:

a) Für welche reellen Zahlen α bzw. für welche reellen Funktionen $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sind die folgenden Funktionen im $\mathbb{R}^2$ harmonisch?

i) $\tilde{u}(x,y) = \cos(\alpha x) \cdot e^{3y}$, ii) $\hat{u}(x,y) = \sin(\alpha x) \cdot \cosh(3y)$

iii) $u(x,y) = \frac{1}{2} \cdot (x^3 + g(x) \cdot y^2)$.

b) Sei $\Omega := \left\{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 : \, x^2 + y^2 < 16\right\}$ und u die Lösung der Randwertaufgabe

$$\Delta u(x,y) = 0 \qquad \text{in } \Omega\,, \qquad u(x,y) = \frac{2y^2}{x^2+y^2} \qquad \text{auf} \quad \partial\Omega.$$

Bestimmen Sie den Wert von u im Ursprung.

Hinweis: $\sin^2(\varphi) = \dfrac{1-\cos(2\varphi)}{2}$.

Bearbeitung am 18.06- 21.06.2019