

## Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 3, Präsenzaufgaben

#### Aufgabe 1)

Gegeben ist die Erhaltungsgleichung  $u_t + \left(\frac{u^4}{16}\right)_x = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $t \in \mathbb{R}^+$ .

- Sind die Charakteristiken  $(x(t), t)$  Geraden? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Skizzieren Sie zu den Anfangsdaten  $u(x, 0) = 2 + \arctan(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  die Charakteristik durch den Punkt  $(0, 0)$ .
- Prüfen Sie, welche der unten angegebenen Funktionen  $u^*$ ,  $\tilde{u}$ ,  $\hat{u}$  eine (schwache) Entropielösung zu den Anfangswerten

$$u(x, 0) = \begin{cases} 2 & \text{für } x \leq 0, \\ 1 & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

ist.

$$u^*(x, t) = \begin{cases} 2 & \text{für } x \leq \frac{3}{2}t, \\ 1 & \text{für } x > \frac{3}{2}t. \end{cases} \quad \tilde{u}(x, t) = \begin{cases} 2 & \text{für } x \leq \frac{15}{16}t, \\ 1 & \text{für } x > \frac{15}{16}t. \end{cases}$$

$$\hat{u}(x, t) = \begin{cases} 2 & \text{für } x \leq 0, \\ 2 - \frac{x}{t} & \text{für } 0 < x \leq t, \\ 1 & \text{für } x > t. \end{cases}$$

#### Aufgabe 2:

Bestimmen Sie die Entropielösung der Burgers Gleichung  $u_t + uu_x = 0$  mit den Anfangswerten

$$\text{a) } u(x, 0) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & 1 < x \end{cases} \quad \text{bzw.} \quad \text{b) } u(x, 0) = \begin{cases} 2 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & 2 < x \end{cases}$$

Bearbeitung am 14.05- 17.05.2019