

## Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 2, Präsenzaufgaben

#### Aufgabe 1)

Berechnen Sie die Lösung der folgenden Anfangswertaufgabe für  $u(x, t)$ :

$$\begin{aligned}u_t + \frac{1}{2} u_x &= -4u, & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+, \\u(x, 0) &= 2 \sin(x) & x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

#### Aufgabe 2:

a) Bestimmen Sie eine Lösung  $u(x, y)$  der folgenden Differentialgleichung

$$xu_x + \frac{y}{2}u_y = u,$$

die die Bedingung  $u(1, y) = 1 + y^2$ ,  $y \in \mathbb{R}$  erfüllt.

#### Aufgabe 3: (Nur für die sehr schnellen Rechner)

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned}u_t + 3u \cdot u_x &= 0, & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+ \\u(x, 0) &= \begin{cases} 0 & \forall x \leq 0 \\ \frac{1}{3} & \forall x > 0 \end{cases}\end{aligned}$$

- Stellen Sie das charakteristische Differentialgleichungssystem auf.
- Sind die Charakteristiken Geraden?
- Zeichnen Sie die Charakteristiken durch die Punkte  $(x_k, 0) := (k, 0)$  für  $k \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ .  
Geben Sie an welche Werte die Lösung entlang dieser Charakteristiken annimmt.
- Können Sie mit Hilfe der Teile a)- c) die Werte von  $u(x, t)$  in den Punkten  $(-1, 2)$ ,  $(1, 2)$  und  $(3, 2)$  angeben?

**Bearbeitung am 29.04.-03.05.2019**