Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2019**
Prof. Dr. T. Reis
Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) Berechnen Sie diejenige Lösung des Problems

$$u_x + u_y = u^2 ,$$

die die Anfangskurve $c(t) = (t, -t, t)$ enthält. D.h. auf der Geraden $y = -x$ soll $u(x, -x) = x$ gelten.

b) Bestimmen Sie eine Lösung $u(x, t)$ der folgenden Anfangswertaufgabe

$$2u_t + x^2 u_x = \frac{1}{u}, \qquad u(x, 0) = 2\sqrt{e^{-4x^2}} \qquad t \in \mathbb{R}^+,\ x \in \mathbb{R}.$$

Existiert die Lösung für alle $t \in \mathbb{R}^+$, $x \in \mathbb{R}$?

Wenn nicht, kann die Lösung in den Definitionslücken stetig ergänzt werden?

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie eine stetige Lösung $u(x, t)$ der folgenden Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned} u_t + u_x &= x, \qquad x, t > 0 \\ u(x, 0) &= x \qquad (x \geq 0) \\ u(0, t) &= t \qquad (t \geq 0) \end{aligned}$$

mit Hilfe der Charakteristikenmethode. Bestimmen Sie dazu jeweils die Lösung zur Anfangsbedingung $u(x, 0) = x$ bzw. zur Randbedingung $u(0, t) = t$ und setzen Sie diese Lösungen stetig zusammen. Ist die so gewonnene Lösung für alle $x, t \geq 0$ partiell differenzierbar?

Freiwillige Zusatzaufgabe : Wer mag, kann die Aufgabe auch mittels Laplace–Transformation bzgl. der Variablen t lösen. Bei der Transformation ist x als Parameter aufzufassen. Im Bildraum ist eine Anfangswertaufgabe bzgl. einer gewöhnlichen Differentialgleichung in x zu lösen.

Abgabe: 29.04.-03.05.2019