

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 7

Aufgabe 25:

Gegeben sei das Anfangsrandwertproblem im Halbraum

$$\begin{aligned}u_{tt} - 9u_{xx} &= 0, & x \in \mathbb{R}_+, \quad t > 0, \\u(x, 0) &= 2x^4, & x \geq 0, \\u_t(x, 0) &= 12x, \\u(0, t) &= 0, & t > 0\end{aligned}$$

- Man gebe den Abhängigkeitsbereich der Lösung im Punkt $(x_0, t_0) = (7, 1)$ an.
- Man zeichne den Bestimmtheitsbereich der Lösung zum Intervall $[0, 12]$ für $t \geq 0$.
- Man löse das Anfangsrandwertproblem mit Hilfe der Reflexionsmethode und kläre, ob es sich bei der gefundenen Lösung um eine C^2 -Funktion handelt.

Aufgabe 26:

Gegeben sei die Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx} & , \quad 0 < x < \pi, \quad 0 < t, \\u(0, t) &= 0 = u(\pi, t) & , \quad t \geq 0, \\u(x, 0) &= u_0(x) & , \quad 0 \leq x \leq \pi, \\u_t(x, 0) &= 0 & , \quad 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

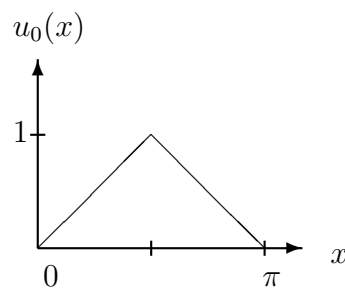


Bild 26: Anfangsauslenkung u_0

- Man berechne die Lösung über den Produktansatz $u(x, t) = X(x) \cdot T(t)$,
- unter Verwendung der d'Alembertschen Lösungsformel und
- zeichne die Lösung.

Aufgabe 27:

Man löse die Anfangsrandwertaufgabe für die Wellengleichung

$$\begin{aligned}
 u_{tt} &= 25u_{xx}, \quad \text{für } 0 < x < 3 \text{ und } 0 < t, \\
 u(0, t) &= 2, \quad u(3, t) = -1, \quad \text{für } t \geq 0, \\
 u(x, 0) &= 2 - x, \quad \text{für } 0 \leq x \leq 3, \\
 u_t(x, 0) &= v_0(x).
 \end{aligned}$$

Bild 27: Anfangsgeschwindigkeit v_0

Aufgabe 28:

Man löse die Anfangsrandwertaufgabe für die Wellengleichung unter Verwendung der Fourier-Methode:

$$\begin{aligned}
 u_{tt} &= u_{xx} + \sin(x) + t^2 \sin(3x), \quad \text{für } 0 < x < \pi \text{ und } t > 0, \\
 u(0, t) &= 0 = u(\pi, t), \quad \text{für } t \geq 0, \\
 u(x, 0) &= 2 \sin(2x), \\
 u_t(x, 0) &= 4 \sin(4x), \quad \text{für } 0 \leq x \leq \pi.
 \end{aligned}$$

Hinweis: Es darf die sich aus dem Produktansatz ergebende Lösungsdarstellung verwendet werden.

Abgabetermin: 9.7.-13.7. (zu Beginn der Übung)

Tutoren gesucht:

Für den Brückenkurs Mathematik im Wintersemester 2018/19 suchen wir noch studentische Tutoren.

Bewerbungen bitte per email an Kai Rothe (rothe@math.uni-hamburg.de) richten mit Namen, Matrikelnummer, Studiengang und bisherigen Klausurergebnissen in Mathematik.