Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2018**
Prof. Dr. J. Behrens
Dr. K. Rothe

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9:

Gegeben sei die partielle Differentialgleichung erster Ordnung

$$xu_x - 3x^3 u_y = u \, .$$

a) Man berechne die allgemeine Lösung.

b) Mit Hilfe der allgemeinen Lösung bestimme man die Lösung, die der Anfangsbedingung $u(x, 7x^3) = x^2$ genügt.

c) Man führe die Probe durch, ob die in b) berechnete Funktion auch wirklich die Anfangswertaufgabe löst.

d) Man bestimme mit dem Ergebnis aus a) die Lösung, die der Anfangsbedingung $u\left(x, 7 - x^3\right) = x^2$ genügt.

Aufgabe 10:

Man löse das folgende Anfangswertproblem für die Burgers-Gleichung

$$u_t + uu_x = 0 \quad \text{für} \quad (x,t) \in \mathbb{R} \times (0, \infty) \quad \text{mit} \quad u_0(x) := u(x, 0) = 4x \, .$$

und zeichne die Grundcharakteristiken.

Aufgabe 11:

Man löse das folgende Anfangswertproblem für die Burgers-Gleichung

$$u_t + uu_x = 0 \quad \text{für} \quad (x,t) \in \mathbb{R} \times (0, \infty) \quad \text{mit} \quad u_0(x) := u(x, 0) = -4x \, ,$$

zeichne die charakteristischen Grundkurven und gebe den Zeitpunkt T an, bis zu dem die Lösung existiert.

Aufgabe 12:

Gegeben sei das Anfangswertproblem für die Burgers-Gleichung

$$u_t + uu_x = 0 \quad \text{für} \quad (x,t) \in \mathbb{R} \times (0,T)$$

mit

$$u(x,0) = u_0(x) = \begin{cases} -1 \ , & x \leq -1 \\ 1 \ , & -1 < x \leq 1 \\ 0 \ , & 1 < x \ . \end{cases}$$

a) Man berechne die Entropielösung für $(x,t) \in \mathbb{R} \times (0,4)$.

b) Man zeichne die Grundcharakteristiken ggf. mit Stoßfront im Rechteck $(x,t) \in (-2,3) \times (0,4)$.

c) Man zeichne $u(x,0)$, $u(x,1)$, $u(x,2)$, $u(x,3)$, $u(x,4)$.

Abgabetermin: 8.5.-11.5. (zu Beginn der Übung)