

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 7, Präsenzaufgabe

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie mit Hilfe des Produktansatzes $u(x, t) = v(x)w(t)$ eine Lösung der Anfangsrandwertaufgabe

$$u_t - 4u_{xx} = 0 \quad 0 < x < 1, t \in \mathbb{R}^+,$$

$$u(x, 0) = x - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \quad 0 < x < 1$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0 \quad t > 0.$$

Aufgabe 2: (Vorbereitung für die Hausaufgaben)

Zeigen Sie, dass man, bei geeigneter Wahl eines Testfunktionsraums V , als schwache Formulierung der Randwertaufgabe

$$\begin{aligned} -u''(x) &= f(x) && \text{für } x \in (0, L), \\ u(0) &= 0, \quad u'(L) + au(L) = r, && a, r \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

die Gleichungen

$$\int_0^L u'(x)v'(x) dx + au(L)v(L) = \int_0^L f(x)v(x) dx + rv(L), \quad \forall v \in V$$

erhält.

Welchen Vorteil hat die schwache Formulierung?