

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned}u_{tt} + u_{xt} - 2u_{xx} &= 0 \quad \text{für } x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+ \\u(x, 0) &= \cos(x) \quad \text{für } x \in \mathbb{R}, \\u_t(x, 0) &= -4 \sin(x). \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

Lösen Sie die Aufgabe mit Hilfe der Substitution $\alpha = x + t, \mu = x - 2t$.

Hinweis: Vorgehensweise analog zur Herleitung der Lösung der Anfangswertaufgabe für die Wellengleichung in der Vorlesung 5.

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned}u_{tt} &= 4u_{xx} & x \in (0, \pi), t > 0, \\u(x, 0) &= \sin(x) + x & x \in [0, \pi], \\u_t(x, 0) &= x^2 - \left(\pi + \frac{1}{\pi}\right)x + 1 & x \in [0, \pi], \\u(0, t) &= t =: \phi_1(t) & t > 0, \\u(\pi, t) &= \pi =: \phi_2(t) & t > 0.\end{aligned}$$

Hinweis: Eine Aufgabe diesen Typs kann man z. B. lösen, indem man die Funktion v über

$$v(x, t) = u(x, t) - \phi_1(t) - \frac{x - a}{b - a} (\phi_2(t) - \phi_1(t))$$

definiert, wobei $[a, b]$ das Anfangsintervall bezeichnet (hier also $[0, \pi]$), und in der Aufgabenstellung die u -Ausdrücke durch geeignete v -Ausdrücke ersetzt. Für v entsteht eine Anfangsrandwertaufgabe, die mit den Methoden aus der Vorlesung 6 gelöst werden kann.

Abgabetermine: 22.5 -26.5.17 bzw. 12.6. -16.6