Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. I. Gasser

WiSe 2016/17

Klausur zu Differentialgleichungen II

23. Februar 2017

Sie haben 60 Minuten Zeit zum Bearbeiten der Klausur.

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein.

Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:																
Vorname:																
Matr.-Nr.:																

Studiengang:

AI	CI	ET	GE	IIW	MTB	MB	SB	VT	andere:

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

(Unterschrift)

Aufg.	**Punkte**	**Korrekteur**
1		
2		
3		

$\sum$ =

Aufgabe 1: (1+1+1+1 Punkte)

Man kreuze in jeder der Teilaufgaben a) -d) alle wahren (=richtigen) Aussagen an.

a) ☐ Wenn ein einfacher Produktansatz keine Lösung liefert, kann ein Ansatz in Form der Summe von Produktansätzen eine Lösung liefern.
☐ Die Fouriermethode kann als verallgemeinerte Produktansatzmethode aufgefasst werden.
☐ Die Fouriermethode funktioniert gleichermaßen bei linearen wie bei nichtlinearen Problemen.

b) ☐ Gleichungen vom Typ $u_t + f(u)_x = 0, \ u(x,0) = u_0(x), \ x \in \mathbb{R}, \ t \in (0,\infty)$ können in endlicher Zeit unstetig werden.

c) Maximumprinzipien existieren für
☐ die Wärmeleitungsgleichung ohne Quellen,
☐ alle homogenen parabolischen Gleichungen,
☐ alle inhomogenen parabolischen Gleichungen.

d) Zum Beweis der Eindeutigkeit bei Anfangsrandwertaufgaben der Wärmeleitungsgleichung (auf beschränktem räumlichen Gebiet) sind folgende Methoden typischerweise hilfreich
☐ Minimumprinzip,
☐ Charakteristikenmethode,
☐ Superpositonsprinzip,
☐ Energiemethoden.

Aufgabe 2: (4+4 Punkte)

a) Gegeben sei das Anfangswertproblem für die Burgers-Gleichung

$$u_t + uu_x = 0 \quad \text{für} \quad (x,t) \in \mathbb{R} \times (0,T) \quad \text{mit} \quad u(x,0) = 2x - 3\,.$$

(i) Man bestimme die charakteristischen Grundkurven und zeichne sie.
Hinweis:
Die allgemeine Darstellung der Grundcharakteristiken darf verwendet werden.

(ii) Man berechne die Lösung des Anfangswertproblems.
Hinweis:
Die implizite Lösungsdarstellung für u darf verwendet werden.

b) Man löse die Anfangsrandwertaufgabe für die Wellengleichung

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}\,, \quad \text{für} \quad 0 < x < 1 \quad \text{und} \quad t > 0, \\ u(0,t) &= 0\,, \quad u(1,t) = 0\,, \quad \text{für} \quad t \geq 0\,, \\ u(x,0) &= 2\sin(3\pi x)\,, \quad u_t(x,0) = 12\pi\sin(4\pi x)\,, \quad \text{für} \quad 0 \leq x \leq 1\,. \end{aligned}$$

Hinweis: Es darf die sich aus dem Produktansatz ergebende Lösungsdarstellung verwendet werden.

Aufgabe 3: (8 Punkte)

Für die Anfangsrandwertaufgabe der Wärmeleitungsgleichung

$$\begin{aligned} u_t &= u_{xx} + (\pi^2(2t-1)+2)\sin(\pi x) \quad \text{für} \quad 0 < x < 3\,, \quad 0 < t\,, \\ u(0,t) &= 2\,,\ u(3,t) = -1 \quad \text{für} \quad 0 \leq t\,, \\ u(x,0) &= 2 - x \quad \text{für} \quad 0 \leq x \leq 3 \end{aligned}$$

berechne man die Lösung unter Verwendung der Fourier-Methode.

Hinweis: Es darf der Lösungsansatz aus der Fourier-Methode verwendet werden.