

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21: (Klausur SoSe 10)

Man berechne die Lösung der Anfangsrandwertaufgabe der Wärmeleitungsgleichung unter Verwendung der Fourier-Methode

$$u_t = u_{xx} + (4t + 1) \sin(2x) + \frac{x}{\pi} e^{-t} \quad \text{für } 0 < x < \pi, \quad 0 < t,$$

$$u(x, 0) = \pi - x \quad \text{für } 0 \leq x \leq \pi,$$

$$u(0, t) = \pi, \quad u(\pi, t) = 1 - e^{-t} \quad \text{für } 0 \leq t.$$

Aufgabe 22:

Die Telegraphengleichung $u_{xx} = u_{tt} + 4u_t + 4u$ beschreibt den zeitlichen Verlauf einer Signalspannung u am Ort $x > 0$ in einem langen Übertragungskabel.

Gesucht ist die Signalspannung $u(x, t)$, wenn am Rand $x = 0$ des Übertragungskabels ein periodisches Signal der Form $u(0, t) = \cos(t)$ für $t \geq 0$ eingespeist wird. Außerdem soll die Signalspannung u für $x \rightarrow \infty$ beschränkt sein.

- Man zeige, dass ein Produktansatz der Form $u(x, t) = X(x) \cdot T(t)$ zu keiner Lösung führt.
- Man versuche den Lösungsansatz $u(x, t) = u_0 e^{-ax} \cos(t - bx)$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a > 0$.

Aufgabe 23:

Gegeben sei die Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx} & , & \quad 0 < x < \pi, 0 < t, \\ u(0, t) &= 0 = u(\pi, t) & , & \quad t \geq 0, \\ u(x, 0) &= u_0(x) & , & \quad 0 \leq x \leq \pi, \\ u_t(x, 0) &= 0 & , & \quad 0 \leq x \leq \pi. \end{aligned}$$

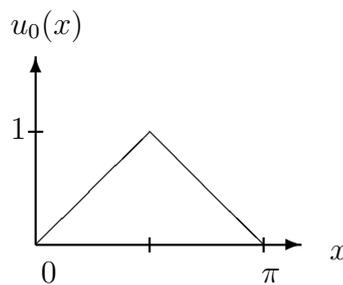


Bild: Anfangsauslenkung u_0

- Man berechne die Lösung über den Produktansatz $u(x, t) = X(x) \cdot T(t)$ und
- zeichne die Lösung.

Aufgabe 24: (Klausur WiSe 10/11)

Man löse die Anfangsrandwertaufgabe für die Wellengleichung

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 25u_{xx}, & \text{für } 0 < x < 3 \text{ und } 0 < t, \\ u(0, t) &= 2, \quad u(3, t) = -1, & \text{für } t \geq 0, \\ u(x, 0) &= 2 - x, & \text{für } 0 \leq x \leq 3, \\ u_t(x, 0) &= v_0(x). \end{aligned}$$

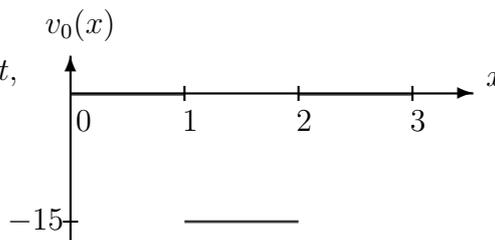


Bild: Anfangsgeschwindigkeit v_0

Hinweis:

Dabei darf die sich aus dem Produktansatz ergebende Lösungsdarstellung verwendet werden.

Abgabetermin: 27.6.- 1.7. (zu Beginn der Übung)

Tutoren gesucht:

Für die Durchführung und/oder Korrektur von Übungen zu Analysis I bzw. Mathematik III im Wintersemester 2016/17 suchen wir noch studentische Tutoren.

Bewerbungen bitte per email an Kai Rothe (rothe@math.uni-hamburg.de) richten mit Namen, Matrikelnummer, Studiengang und bisherigen Klausurergebnissen in Mathematik.