

Aufgabe 1:

a) Man schreibe folgende partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung

$$yu_{xx} + 2xu_{xy} + yu_{yy} = 42$$

in Matrix-Vektorschreibweise, bestimme den Typ und skizziere im \mathbb{R}^2 die Gebiete unterschiedlichen Typs.

b) Man berechne die Lösung des folgenden Dirichlet-Problems im Kreis $r = \sqrt{x^2 + y^2} < 7$ (in Polarkoordinaten):

$$r^2 u_{rr} + r u_r + u_{\varphi\varphi} = 0,$$

$$u(7, \varphi) = 5 - 28 \cos \varphi + 14 \sin(2\varphi) + 21 \cos(3\varphi).$$

Hinweis: Dabei darf die sich aus dem Produktansatz ergebende Lösungsdarstellung verwendet werden.

Aufgabe 2:

Man löse die Anfangsrandwertaufgabe für die Wellengleichung

$$\begin{aligned}
 u_{tt} &= 25u_{xx}, \quad \text{für } 0 < x < 3 \text{ und } 0 < t, \\
 u(0, t) &= 2, \quad u(3, t) = -1, \quad \text{für } t \geq 0, \\
 u(x, 0) &= 2 - x, \quad \text{für } 0 \leq x \leq 3, \\
 u_t(x, 0) &= v_0(x).
 \end{aligned}$$

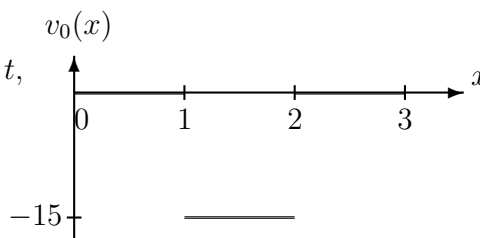


Bild 2 Anfangsgeschwindigkeit v_0

Hinweis: Dabei darf die sich aus dem Produktansatz ergebende Lösungsdarstellung verwendet werden.