

Aufgabe 1:

a) Man löse die Anfangswertaufgabe

$$u_x + 3x^2 u_y = 1 \quad \text{mit} \quad u(0, y) = \sin y .$$

b) Man löse die Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 4u_{xx}, & x \in \mathbb{R}, t > 0, \\ u(x, 0) &= \sin x, & x \in \mathbb{R}, \\ u_t(x, 0) &= 1, & x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

und vereinfache die Lösungsdarstellung mit Hilfe des Additionstheorems

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta .$$

Aufgabe 2:

Man berechne die Lösung der Anfangsrandwertaufgabe der Wärmeleitungsgleichung unter Verwendung der Fourier-Methode

$$\begin{aligned} u_t &= u_{xx} + (4t + 1) \sin(2x) + \frac{x}{\pi} e^{-t} \quad \text{für} \quad 0 < x < \pi, \quad 0 < t, \\ u(x, 0) &= \pi - x \quad \text{für} \quad 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0, t) &= \pi, \quad u(\pi, t) = 1 - e^{-t} \quad \text{für} \quad 0 \leq t. \end{aligned}$$