

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned}u_t + (u + 1)u_x &= 0 & t \in \mathbb{R}^+, x \in \mathbb{R}, \\u(x, 0) &= x + 1 & x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

- a) Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe mit Hilfe der Charakteristikenmethode.
- b) Sind die Charakteristiken Geraden? Begründen Sie bitte Ihre Antwort.
- c) Skizzieren Sie die Charakteristiken durch die Punkte $(x_0, 0)$ mit $x_0 = -2, -1, 0$.

Aufgabe 2:

Lösen Sie die folgenden Anfangsrandwertprobleme.

a)

$$\begin{aligned}v_t - v_{xx} &= 2 \sin(\pi x) & x \in (0, 2), t \in \mathbb{R}^+, \\v(x, 0) &= \sin(\pi x) + 2 \sin(2\pi x) & x \in [0, 2], \\v(0, t) = v(2, t) &= 0 & t \in \mathbb{R}^+.\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}u_t - u_{xx} &= 2 \sin(\pi x) & x \in (0, 2), t \in \mathbb{R}^+, \\u(x, 0) &= \sin(\pi x) + 2 \sin(2\pi x) + x & x \in [0, 2], \\u(0, t) = 0, \quad u(2, t) &= 2 & t \in \mathbb{R}^+.\end{aligned}$$

Hinweis : Beachten Sie Teil a) der Aufgabe.