

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Hausaufgaben 3

Aufgabe 1: Formen Sie die folgenden Gleichungen in *Ähnlichkeits-Differentialgleichungen* um und lösen Sie sie durch geeignete Substitution. Sind die Lösungen für alle $t > 0$ definiert?

(a)

$$tu(t)^2 u'(t) = u(t)^3 + t^3, \quad t > 0.$$

(b)

$$tu'(t) - u(t) = te^{u(t)/t}, \quad t > 0.$$

Aufgabe 2: Gegeben sei die folgende *Riccati'sche* Differentialgleichung:

$$u'(t) = \frac{1}{t-t^2}u(t) - \frac{t}{t-t^2}u(t)^2 + \frac{t-1}{t-t^2}, \quad t \in (0, 1).$$

(a) Finden Sie *eine spezielle* Lösung u_0 dieser Gleichung.

Hinweis: Es gibt eine konstante Lösung.

(b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Gleichung.