Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2024/25**
Prof. Dr. T. Schmidt, Dr. C. Goetz

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Präsenzblatt 5

Aufgabe 1: Gegeben sei die Matrix $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Eigenwerte von A, sowie die zugehörigen Eigenvektoren und ggf. Hauptvektoren.

(b) Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für $u' = Au$.

Aufgabe 2:

(a) Wir betrachten das inhomogene System

$$\begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 10t\mathrm{e}^{-3t} \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für das homogene Problem. Finden Sie eine partikuläre Lösung des inhomogenen Problems durch Variation der Konstanten.

(b) Wir betrachten das inhomogene System

$$\begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} + \mathrm{e}^{2t} \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie ein *reelles* Fundamentalsystem für das homogene Problem. Finden Sie eine partikuläre Lösung des inhomogenen Problems durch den Ansatz
$u_p(t) = \mathrm{e}^{2t}(a, b)^\top$, mit geeigneten $a, b \in \mathbb{R}$.

Bearbeitungstermine: 06. Januar 2025 - 10. Januar 2025