Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2024/25**
Prof. Dr. T. Schmidt, Dr. C. Goetz

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Präsenzblatt 4

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

(a) $u'''(t) - u'(t) = 0\,;$

(b) $u'''(t) - 5u''(t) + 8u'(t) - 4u(t) = 0\,;$

(c) $u''(t) - 2u'(t) + 5u(t) = 0\,.$

Aufgabe 2 (*alte Klausuraufgabe, 4 Punkte)*: Gegeben ist die folgende Differentialgleichung dritter Ordnung

$$u'''(t) + a_2 u''(t) + a_1 u'(t) + a_0 u(t) = 0 \qquad (*)$$

mit reellen Koeffizienten $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$. Untersuchen Sie für jede der folgenden Mengen von Funktionen, ob sie (bei geeigneten Koeffizienten $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$) ein Fundamentalsystem für den Lösungsraum der Differentialgleichung sein können. Begründen Sie Ihre Antworten.

(a) $M_1 := \{u_1(t) = -t,\ u_2(t) = 1,\ u_3(t) = 2t\}$.

(b) $M_2 := \{u_1(t) = \mathrm{e}^{-t},\ u_2(t) = \mathrm{e}^{t},\ u_3(t) = \mathrm{e}^{2t},\ u_4(t) = \mathrm{e}^{3t}\}$.

(c) $M_3 := \{u_1(t) = \mathrm{e}^{-t},\ u_2(t) = e^{\mathrm{i}t},\ u_3(t) = e^{2\mathrm{i}t}\}$.

(d) $M_4 := \{u_1(t) = 1,\ u_2(t) = e^{-2\mathrm{i}t},\ u_3(t) = e^{2\mathrm{i}t}\}$

Aufgabe 3: Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} u_1(0) \\ u_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Bearbeitungstermine: 09. Dezember 2024 - 13. Dezember 2024