

**Klausur zur Mathematik III  
 (Modul: Differentialgleichungen I)**

04. März 2025

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Stg: 

AIW	BU	CBI BV	ET	EUT GT	IN IIW	LUM WLUM	MB	MTB MEC	SB	VT	
-----	----	-----------	----	-----------	-----------	-------------	----	------------	----	----	--

Wertung nach PO : 

zus. mit Analysis III	
-----------------------	--

Einzelwertung	
---------------	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

(Unterschrift)

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		
4		

$\sum =$

**Aufgabe 1.** (5 Punkte)

(a) Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$u'(t) = -(2t + 1)u(t) + e^{-t^2} \quad \text{für } t \geq 0, \quad u(0) = 1.$$

(b) Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem mithilfe einer geeigneten Substitution:

$$u'(t) = (2t + 1)u(t) - e^{-t^2}(u(t))^2 \quad \text{für } t \geq 0, \quad u(0) = 1.$$



**Aufgabe 2.** (5 Punkte)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$u'''(t) + 2u''(t) = 0 \quad \text{für } t \geq 0. \quad (*)$$

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Gleichung.
- (b) Genügt die Anfangsbedingung  $u(0) = 1$  um eine eindeutige Lösung von (\*) zu erhalten? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (c) Für welche  $a, b \in \mathbb{R}$  erfüllt die Lösung  $u$  des Anfangswertproblems für (\*) mit

$$u(0) = 1, \quad u'(0) = a, \quad u''(0) = b$$

die Bedingung

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = 0?$$



**Aufgabe 3.** (4 Punkte)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$(t - \sin(t) \cos(t))u^2 + (t^2 + \cos^2(t) + 1)u \cdot u' = 0 \quad \text{für } t \geq 0.$$

- (a) Zeigen Sie, dass diese Differentialgleichung exakt ist.
- (b) Bestimmen Sie ein Potential für diese Gleichung.
- (c) Lösen Sie das zugehörige Anfangswertproblem mit  $u(0) = 1$ .



**Aufgabe 4.** (6 Punkte)

Gegeben sei das Differentialgleichungssystem  $u' = Au$  mit

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für diese Gleichung.
- (b) Bestimmen Sie alle Ruhelagen des Systems und prüfen Sie diese auf Stabilität.





