

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 6, Präsenzübung

Aufgabe 1: Bestimmen Sie für die Matrizen

$$\mathbf{A}^{[1]} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}^{[2]} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}^{[3]} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}^{[4]} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix},$$

jeweils ein reelles Fundamentalsystem des Lösungsraums von

$$\mathbf{y}'(t) = \mathbf{A}^{[k]} \mathbf{y}(t), \quad k = 1, 2, 3, 4.$$

Aufgabe 2) Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\mathbf{u}' = \frac{1}{t} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{u} + \begin{pmatrix} 4t \\ t \end{pmatrix} \quad t \geq 0.5$$

a) Zeigen Sie, dass durch

$$\mathbf{U}(t) := \begin{pmatrix} t^{-2} & t \\ -2t^{-2} & t \end{pmatrix}$$

eine Fundamentalmatrix der zugehörigen homogenen Differentialgleichung gegeben ist.

b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Aufgabe.

c) Bestimmen Sie die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe mit den Anfangswerten $\mathbf{u}(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Bearbeitung: 08.01-12.01.2024.