

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 3, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

- a) Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Anfangswertaufgabe

$$y'(t) = t + t(y(t))^2 \quad \text{für } t > 0, \quad y(0) = 1.$$

Auf welchem Intervall $I = [0, t^*)$ ist Ihre Lösung definiert?

- b) Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung.

$$y'(t) = e^{-2t} \cdot \sqrt[3]{y(t)}.$$

- c) Welche Lösung ergibt sich in b) wenn der Anfangswert $y(0) = 1$ vorgegeben wird?
d) Welche Lösung ergibt sich in b) wenn der Anfangswert $y(0) = 0$ vorgegeben wird?

Aufgabe 2:

- a) Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$y'(t) = f(\alpha t + \beta y(t) + \gamma)$$

mit $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ mit Hilfe der Substitution

$$u(t) := \alpha t + \beta y(t) + \gamma$$

auf eine separierbare Differentialgleichung transformiert werden kann.

- b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = 1 + \frac{2}{t - y + 4}, \quad \text{für } t - y + 4 > 0.$$

- c) Überprüfen Sie Ihre Lösung aus Teil b) durch Einsetzen in die Differentialgleichung.