

**Klausur zur Mathematik III**  
**(Modul: Differentialgleichungen I)**  
**04. März 2024**

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Stg: 

AIW	BU	CI	ET	GES	IN	LUM	MB	MTB	SB	BV	EUT	VT	
-----	----	----	----	-----	----	-----	----	-----	----	----	-----	----	--

Wertung nach PO : 

zus. mit Analysis III	
-----------------------	--

Einzelwertung	
---------------	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

(Unterschrift)

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		
4		

$\Sigma =$

**Aufgabe 1: (5 Punkte)**

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$u'(t) = \sin(2t)u(t) + e^{\cos(2t)}(u(t))^3.$$

**Hinweis:** Bei dieser Differentialgleichung hilft eine Standard-Substitution.



**Aufgabe 2: (4 Punkte)**

Gegeben ist die Anfangswertaufgabe

$$u'''(t) - 5u''(t) + 2u(t) = 3 + \cos(t), \quad u(0) = 4, u'(0) = 3, u''(0) = 0.$$

- a) Welche Ordnung hat die Differentialgleichung?
- b) Handelt es sich um eine explizite Differentialgleichung? Wenn nicht, geben Sie eine äquivalente explizite Differentialgleichung an.
- c) Schreiben Sie die Anfangswertaufgabe in eine äquivalente Anfangswertaufgabe für ein System erster Ordnung um.



**Aufgabe 3: (4 Punkte)**

Gegeben ist die folgende Differentialgleichung dritter Ordnung

$$u'''(t) + a_2u''(t) + a_1u'(t) + a_0u(t) = 0 \quad (*)$$

mit reellen Koeffizienten  $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ . Untersuchen Sie für jede der folgenden Mengen von Funktionen, ob sie (bei geeigneten Koeffizienten  $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ ) ein Fundamentalsystem für den Lösungsraum der Differentialgleichung sein können.

**Begründen Sie Ihre Antworten.**

- a)  $M_1 := \{u_1(t) = -t, u_2(t) = 1, u_3(t) = 2t\}$ .
- b)  $M_2 := \{u_1(t) = e^{-t}, u_2(t) = e^t, u_3(t) = e^{2t}, u_4(t) = e^{3t}\}$ .
- c)  $M_3 := \{u_1(t) = e^{-t}, u_2(t) = e^{it}, u_3(t) = e^{2it}\}$ .
- d)  $M_4 := \{u_1(t) = 1, u_2(t) = e^{-2it}, u_3(t) = e^{2it}\}$ .



**Aufgabe 4 (7 Punkte)**

Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\mathbf{u}'(t) = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -5 \end{pmatrix} \mathbf{u}(t).$$

- a) Untersuchen Sie den stationären Punkt  $(0, 0)^T$  des Systems auf Stabilität.
- b) Bestimmen Sie ein reelles Fundamentalsystem des Differentialgleichungssystems.

