

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 7, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Randwertaufgabe

$$\begin{aligned}y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) &= h(x) & t \in]0, \pi[\\ y(0) + \alpha y(\pi) &= r_1 \\ y'(0) &= r_2 & \alpha, r_1, r_2 \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

- a) Berechnen Sie eine reelle Darstellung der allgemeinen Lösung der homogenen Differentialgleichung

$$y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = 0$$

- b) Für welche Werte von α ist die Randwertaufgabe für beliebige $r_1, r_2 \in \mathbb{R}$ und beliebige auf dem Intervall $[0, \pi]$ stetige Funktionen $h(x)$ eindeutig lösbar?
- c) Bestimmen Sie die Lösung der Randwertaufgabe für

$$h(x) = 3 + x, \alpha = -1, r_1 = -\frac{\pi}{2}, r_2 = 1.$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei das lineare System $\mathbf{y}'(t) = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2\alpha \\ 0 & -1 + \alpha & 0 \\ -2\alpha & -1 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{y}(t)$.

Untersuchen Sie das Stabilitätsverhalten des stationären Punktes $(0, 0, 0)^T$ in Abhängigkeit von dem Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$.

Abgabe bis 27.01.2023