

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Eulersche Differentialgleichung

$$x^2 y''(x) - 3xy'(x) + 4y(x) = 0, \quad x > 0.$$

- Liefert der Ansatz $u(x) = x^r$ aus Blatt 3 ein Fundamentalsystem?
- Sei u eine Lösung aus Teil a). Bestimmen Sie mit Hilfe des Reduktionsansatzes $\tilde{y}(x) = u(x) \cdot z(x)$ eine weitere Lösung der Differentialgleichung und geben Sie die allgemeine Lösung an.

Aufgabe 2: Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y'''(t) - 4y'(t) = e^{2t} \cdot \sin(t) + e^{-2t} \cdot \sin(t).$$

- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.
- Schreiben Sie die Differentialgleichung in ein System erster Ordnung um und geben Sie eine Fundamentalmatrix für dieses System an.
- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung. Verwenden Sie die Methode der Variation der Konstanten für das zugehörige System.

Hinweis: $\int e^{\alpha t} \cdot \sin(t) dt = \frac{e^{\alpha t}}{\alpha^2 + 1} (\alpha \cdot \sin(t) - \cos(t)) + C.$

Abgabe bis: 16.12.2022