

# Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 4, Präsenzübung

**Aufgabe 1:** Bestimmen Sie für die Matrizen

$$\mathbf{A}^{[1]} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}^{[2]} = \begin{pmatrix} 5 & \frac{1}{2} \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}^{[3]} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}^{[4]} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix},$$

jeweils ein reelles Fundamentalsystem des Lösungsraums von

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{A}^{[k]} \mathbf{y}(t), \quad k = 1, 2, 3, 4.$$

**Aufgabe 2:** Schreiben Sie folgende Anfangswertaufgaben jeweils in eine Anfangswertaufgabe für ein System erster Ordnung um.

a)  $x^2 y''(x) - 3xy'(x) - 4y(x) = 0, \quad y(1) = 4, y'(1) = 4.$

b)  $\frac{d^3}{dt^3}y = 2y - \dot{y} + 2\ddot{y} + 3, \quad y(0) = 7, \dot{y}(0) = 0, \ddot{y}(0) = 5.$

**Aufgabe 3:** Bei dieser Aufgabe soll höchstens in Teil b) ein wenig gerechnet werden. Teil a) und c) sind ohne Rechnung zu beantworten!

a) Kann es sich bei den Funktionen

$$x_1(t) = e^t, \quad x_2(t) = te^t, \quad x_3(t) = e^{2t}, \quad x_4(t) = e^{3t}$$

um ein Fundamentalsystem für den Lösungsraum der Differentialgleichung

$$\frac{d^3}{dt^3}x(t) - 6\ddot{x}(t) + 11\dot{x}(t) - 6x(t) = 0$$

handeln?

b) Die Funktionen

$$\mathbf{x}^{[1]}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 2t \\ 2(t-1) \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}^{[2]}(t) = \begin{pmatrix} 1-t \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}^{[3]}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 2 \\ 2t \\ 2 \end{pmatrix}$$

sind Lösungen des Systems

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t).$$

Bilden sie auch ein Fundamentalsystem?

c) Kann es sich bei den Funktionen

$$x_1(t) = e^t, \quad x_2(t) = e^{2t}, \quad x_3(t) = e^{it}$$

um ein Fundamentalsystem für den Lösungsraum der Differentialgleichung

$$\frac{d^3}{dt^3}x(t) + a_2\ddot{x}(t) + a_1\dot{x}(t) + a_0x(t) = 0 \quad \text{mit reellen Koeffizienten } a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$$

handeln?

Begründen Sie Ihre Antworten!

**Bearbeitungstermine:** 28.11.-02.12.2022