Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2022/23**
Prof. Dr. J. Behrens, Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\dot{\boldsymbol{x}}\,(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{3}{t^2} & \frac{1}{t} \end{pmatrix} \boldsymbol{x}\,(t) + \begin{pmatrix} t \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad t \geq 0.5.$$

Die Funktionen

$$\boldsymbol{x}^{[1]}(t) \;=\; \begin{pmatrix} -\frac{1}{t} \\ \frac{1}{t^2} \end{pmatrix} \text{ und } \boldsymbol{x}^{[2]}(t) \;=\; \begin{pmatrix} t^3 \\ 3t^2 \end{pmatrix}$$

sind Lösungen des zugehörigen homogenen Differentialgleichungssystems.

a) Bilden $\boldsymbol{x}^{[1]}$ und $\boldsymbol{x}^{[2]}$ zusammen ein Fundamentalsystem der zugehörigen homogenen Differentialgleichung ?

b) Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung der inhomogenen Differentialgleichung mittels Variation der Konstanten und geben Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung an.

c) Berechnen Sie die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe mit den Anfangswerten $\boldsymbol{x}\,(1) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 2: (7 + 3 Punkte)

Es sei $\boldsymbol{A} \;=\; \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 0 & -5 & 0 \\ -4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Bestimmen Sie eine reelle Darstellung der allgemeinen Lösung des homogenen Differentialgleichungssystems

$$\dot{\boldsymbol{x}}\,(t) \;=\; \boldsymbol{A} \,\cdot\, \boldsymbol{x}\,(t)\,.$$

b) Bestimmen Sie mit Hilfe eines geeigneten Ansatzes die allgemeine Lösung des inhomogenen Differentialgleichungssystems

$$\dot{\boldsymbol{x}}\,(t) \;=\; \boldsymbol{A} \,\cdot\, \boldsymbol{x}\,(t) \,+\, e^{3t} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix}\,.$$

Abgabe bis: 02.12.2022