

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

- a) Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y'(x) = f(\alpha x + \beta y(x) + \gamma)$$

mit $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ und $\alpha + \beta f(\alpha x + \beta y(x) + \gamma) \neq 0$.

Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung mit Hilfe der Substitution

$$u(x) := \alpha x + \beta y(x) + \gamma$$

auf eine separierbare Differentialgleichung transformiert werden kann.

- b) Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y' = \exp(x - 2y) + 0.5, \quad y(0) = 0.$$

- c) Überprüfen Sie Ihre Lösung aus Teil b) durch Einsetzen in die Differentialgleichung.

Aufgabe 2)

Stellen Sie fest, welche der folgenden Differentialgleichungen separierbar, linear, Bernoullisch oder eine Ähnlichkeitsdifferentialgleichung ist. Geben Sie gegebenenfalls jeweils Substitutionen an, die die Differentialgleichungen in separierbare oder lineare Differentialgleichungen überführen. Wie lauten die durch die Substitutionen erhaltenen neuen Differentialgleichungen.

Hinweis: Sie müssen die Differentialgleichungen nicht lösen, dürfen es aber gerne!

a) $(1 + e^{2t})y' = -2e^{2t}y$

b) $\cos(t)y' + \sin(t)y = -\cos^2(t)y$

c) $y - \frac{1}{t} - \frac{1}{y}y' = 0$

d) $y' = 2t(2t^2y^2 - 1)y$

e) $y - ty' = \frac{t^3}{y^2}$

Abgabetermine: 31.10.- 04.11.2022