

**Klausur zu Mathematik III**  
**(Modul: Differentialgleichungen I)**

**6. September 2022**

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.Nr.: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Stg.: 

AIW	BU	BV	CI CS	ET	EUT	GES	IN IIW	LUM	MB	MTB MEC	SB	VT	
-----	----	----	----------	----	-----	-----	-----------	-----	----	------------	----	----	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

(Unterschrift)

Aufgabe	Punkte	Korrekteur
<b>1</b>		
<b>2</b>		
<b>3</b>		
<b>4</b>		
<b>5</b>		

$\Sigma =$

**Aufgabe 1:** (1+4 Punkte)

- a) Man bestimme durch Separation die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung

$$xy' - 3y = 0.$$

- b) Man löse die folgende Anfangswertaufgabe mit der Bernoullischen Differentialgleichung

$$y' - y + 2y^2 = 0 \quad \text{und} \quad y(0) = \frac{1}{3}.$$



**Aufgabe 2:** (3 Punkte)

Man berechne die allgemeine Lösung des folgenden Differentialgleichungssystems

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{y} .$$

*Hinweis:* Es gilt  $(1 - \lambda)^2 - 1 = \lambda(\lambda - 2)$ .



**Aufgabe 3:** (4 Punkte)

Man löse die Anfangswertaufgabe

$$y'' + y' - 2y = e^x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = \frac{4}{3}.$$



**Aufgabe 4:** (3 Punkte)

Gegeben sei die lineare Differentialgleichung

$$y'' + y = 0.$$

- a) Man gebe ein komplexes Fundamentalsystem an,
- b) bestimme die allgemeine reelle Lösung und
- c) berechne alle Lösungen der zugehörigen Randwertaufgabe mit den Randwerten  $y(0) = 2$  und  $y(\pi) = -2$ .



**Aufgabe 5:** (5 Punkte)

Gegeben sei das System linearer Differentialgleichungen erster Ordnung

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x + 2y - 4 \\ \dot{y} &= 2x + y - 5.\end{aligned}$$

- a) Man schreibe das System in Matrix-Vektor-Darstellung,
- b) berechne alle stationären Lösungen (Gleichgewichtspunkte)
- c) und untersuche deren Stabilitätsverhalten.
- d) Man berechne die allgemeine Lösung des linearen Differentialgleichungssystems.

