

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

- a) Man bestimme die allgemeine reelle Lösung des homogenen Differentialgleichungssystems

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{y} .$$

- b) Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \mathbf{y} + \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} , \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} .$$

- (i) Man bestimme die allgemeine Lösung des homogenen Systems.
(ii) Man berechne eine spezielle Lösung des inhomogenen Systems über Variation der Konstanten und alternativ über den speziellen Ansatz $\mathbf{y}_p(x) = \mathbf{a}$ mit $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^2$.
(iii) Man löse die Anfangswertaufgabe.

Aufgabe 2:

- a) Für die Differentialgleichung $y''' - 4y'' - 20y' + 48y = 0$

- (i) berechne man die allgemeine reelle Lösung,
(ii) schreibe die Differentialgleichung in ein System erster Ordnung um und
(iii) bestimme Eigenwerte, Eigenvektoren und eine Fundamentalmatrix des Systems.

- b) Man berechne die allgemeine reelle Lösung für folgende Differentialgleichungen:

- (i) $y''' - y'' - 15y' - 25y = 0$,
(ii) $y'''' - 4y''' - 2y'' + 12y' + 9y = 0$.