Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. J. Struckmeier

WiSe 2020/2021

Klausur zur Mathematik III (Modul: Differentialgleichungen I, Version B)

29. März 2021

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträgern gespeichert.

Name:																
Vorname:																
Matr.-Nr.:																

Stg:	AIW	BU	BV	CI CS	ET	EUT	GES	IN IIW	LUM	MB	MTB MEC	SB	VT	

Wertung nach PO : zus. mit Analysis III ☐ Einzelwertung ☐

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

(Unterschrift)

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		
4		

$\sum =$

Aufgabe 1: (3 Punkte)

a) Geben Sie an, welche der folgenden Differentialgleichungen separierbar, linear, Bernoullisch oder Riccatisch sind.

(i) $y'(t) + \cos(t)y(t) = e^{-t}\sin(t)\,.$

(ii) $y'(t) = (1 + y(t)) \cdot \left(\dfrac{e^{-t}\sin(t)}{t^2+1}\right).$

(iii) $y'(t) + t^2 y(t) - 2\,y(t)^5 = 0\,.$

(iv) $y'(t) - 2y(t) + e^{-t}y(t)^2 = 1 + \sin(t)\,.$

b) Geben Sie eine Substitution an, die die Bernoullische Differentialgleichung aus a) in eine lineare Differentialgleichung überführt. Wie lautet die durch die Substitution erhaltene neue Differentialgleichung?

Hinweis: Sie müssen die Differentialgleichungen nicht lösen!

Aufgabe 2: (5 Punkte)

a) Prüfen Sie für jede der folgenden Differentialgleichungen, ob sie exakt ist.

(i) $2t^2y(t)^3 + (2t^3y(t)^2 + t^2)\,y'(t) = 0\,.$

(ii) $2ty(t)^4 + (4y(t)^3 + 4t^2y(t)^3)\,y'(t) \;=\; 0\,.$

b) Bestimmen Sie für die exakte Differentialgleichung aus Teil a) ein zugehöriges Potential und die allgemeine Lösung.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\boldsymbol{y}'(t) \;=\; \begin{pmatrix} 2 & -25 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \;\boldsymbol{y}\,(t)\,.$$

Bestimmen Sie ein reelles Fundamentalsystem des Differentialgleichungssystems.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Gegeben sei das lineare System $\boldsymbol{y}'(t) \;=\; \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -3+\alpha & 0 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix} \;\boldsymbol{y}\,(t)\;.$

Untersuchen Sie das Stabilitätsverhalten des stationären Punktes $(0,0,0)^T$ in Abhängigkeit von dem Parameter $\alpha \in \mathbb{R}\,.$