Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2020/21**
Prof. Dr. J. Struckmeier,
Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

a) Untersuchen Sie den stationären Punkt $(0,0)^T$ des linearen Systems $\dot{\boldsymbol{y}} = A\,\boldsymbol{y}$ auf Stabilität.

i) $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$, **ii)** $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$,

iii) $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, **iv)** $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

b) Für welche der folgenden Matrizen $\boldsymbol{A}$ können Sie ohne Kenntnis der Zahl $\gamma \in \mathbb{R}$ einen stabilen stationären Punkt (Gleichgewichtspunkt) des Differentialgleichungssystem $\dot{\boldsymbol{y}}(t) = \boldsymbol{A}\,\boldsymbol{y}(t)$ ausschließen?

i) $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -1 \\ 0 & 1 & \gamma \end{pmatrix}$, **ii)** $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -1 \\ 0 & 1 & \gamma \end{pmatrix}$, **iii)** $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 1 \\ 0 & 1 & \gamma \end{pmatrix}$.

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Differentialgleichungssystem in der Ebene

$$\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{y}' = \begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}) = \begin{pmatrix} e^{(3\gamma+1)y_1} - y_2 - 1 \\ 5y_1 + e^{(3\gamma-1)y_2} - 1 \end{pmatrix}, \qquad \gamma \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Untersuchen Sie den Gleichgewichtspunkt $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ in Abhängigkeit vom Parameter $\gamma \in \mathbb{R}$, $\gamma \neq 0$ auf Stabilität.

Bearbeitungstermine: 18.-22.01.2021