

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

a) Welche der folgenden Differentialgleichungen ist exakt?

(i) $y(t) + y'(t) = 0$.

(ii) $(12ty + 3) + 6t^2 \cdot y' = 0$.

(iii) $2t(y^2 - t^2 - 1) + 2yy' = 0$.

(iv) $y^3 + e^t + 3ty^2y' = 0$.

b) Bestimmen Sie für die exakten Differentialgleichungen aus Teil a) jeweils ein zugehöriges Potential und die allgemeine Lösung.

Aufgabe 2:

a) Ermitteln Sie mit Hilfe der Substitution $u(t) := y'(t)$ die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung zweiter Ordnung.

$$y''(t) \sin(t) = \cos(t)y'(t) + \cos(t).$$

b) Gegeben sei die Differentialgleichung aus Teil a).

(i) Ermitteln Sie die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe mit den Anfangswerten

$$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{3}, \quad y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1.$$

(ii) Seien nun die Anfangswerte

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0,$$

bzw.

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = -1.$$

vorgegeben. Können Sie eine eindeutige Lösung angeben? Wie vertragen sich Ihre Ergebnisse mit den Existenz- und Eindeutigkeitssätzen aus Abschnitt 2.1 der Vorlesung?