

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

a) Man berechne für die Anfangswertaufgabe

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \mathbf{y} + \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(i) die allgemeine Lösung des homogenen Systems,

(ii) eine spezielle Lösung des inhomogenen Systems
(Tipp: $\mathbf{y}_p(x) = \mathbf{a}$ mit $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^2$),

(iii) und die Lösung der Anfangswertaufgabe.

b) Man bestimme die allgemeine reelle Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{y} + e^{-x} \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Für eine spezielle Lösung des inhomogenen Systems eignet sich hier der Ansatz $\mathbf{y}_p(x) = e^{-x} \mathbf{c}$ mit $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^2$.

Aufgabe 18:

Man bestimme ein Fundamentalsystem des Differentialgleichungssystems

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{y}.$$

Aufgabe 19:

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y'' - \frac{6}{x}y' + \frac{10}{x^2}y = 0.$$

Man bestimme ein Fundamentalsystem mit dem Reduktionsverfahren und gebe die allgemeine Lösung der Differentialgleichung an.

Hinweis: Es gibt eine polynomiale Lösung $u(x) = ax^2 + bx + c$.

Aufgabe 20:

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y'' + y' - 6y = 6x^2 - 20x + 7.$$

- a) Man berechne die allgemeine Lösung mit Hilfe eines speziellen Ansatzes für die Inhomogenität.
- b) Man schreibe die Differentialgleichung als System erster Ordnung und berechne die allgemeine Lösung des Systems unter Verwendung
 - (i) der Variation der Konstanten und
 - (ii) der Methode der Greenschen Funktion.

Abgabetermin: 6.1. - 10.1.2020 (zu Beginn der Übung)