

Aufgabe 1: (4+1 Punkte)

- a) Man löse die folgende Anfangswertaufgabe mit der Bernoullischen Differentialgleichung

$$y' + y + (1 - 2x)y^3 = 0 \quad \text{und} \quad y(0) = 1.$$

- b) Man bestimme die allgemeine Lösung der linearen Differentialgleichung

$$y''' - 4y' = 0.$$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Man berechne die allgemeine Lösung des folgenden Differentialgleichungssystems

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -5 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{y}.$$

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Man löse die Anfangswertaufgabe

$$y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 30x + 14, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

Aufgabe 4: (4+3 Punkte)

- a) Man schreibe das lineare Differentialgleichungssystem erster Ordnung

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 3y - 4x - 2 \\ \dot{y} &= y - 2x \end{aligned}$$

in Matrix-Vektor-Darstellung, berechne alle stationären Lösungen (Gleichgewichtspunkte) und untersuche deren Stabilitätsverhalten.

- b) Für die lineare Differentialgleichung

$$y'' + 36y = 0$$

berechne man die allgemeine reelle Lösung und berechne damit alle Lösungen der zugehörigen Randwertaufgabe mit den Randwerten $y'(0) = 12$ und $y\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2$.