

Aufgabe 2: (4+4 Punkte)

- a) Man löse die folgende Anfangswertaufgabe mit der Bernoullischen Differentialgleichung

$$y' - \frac{y}{3} - \frac{y^4}{3} = 0 \quad \text{und} \quad y(0) = 1.$$

Existiert die Lösung für alle x ?

- b) Man berechne die allgemeine Lösung der linearen Differentialgleichung

$$y''' + 4y'' + 4y' = 96e^{2x}.$$

Wie verhält sich diese Lösung für $x \rightarrow \infty$?

Aufgabe 3: (4+4 Punkte)

- a) Man berechne für das lineare Differentialgleichungssystem erster Ordnung

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 2y - x \\ \dot{y} &= 2x - y. \end{aligned}$$

die allgemeine Lösung und untersuche das Stabilitätsverhalten der stationären Lösung (Gleichgewichtspunkt) $(x, y) = (0, 0)$.

Für welche Anfangswertvorgabe bleibt die Lösung eines zugehörigen Anfangswertproblems für $t \rightarrow \infty$ beschränkt?

- b) Für die lineare Differentialgleichung

$$y'' + 9y = -9$$

berechne man die allgemeine reelle Lösung und löse damit die zugehörige Randwertaufgabe mit $y(0) = 0$ und $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.