

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben ist das Differentialgleichungssystem

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-1}{t} & \frac{1+t}{t} \end{pmatrix} \mathbf{y} + \begin{pmatrix} 1 + \cos(t)(1+t) \\ 1 + \cos(t) \end{pmatrix} \quad t \geq 0.5.$$

- a) Bestimmen Sie mit Hilfe der Ansätze

$$\mathbf{y}^{[1]}(t) = \begin{pmatrix} a + bt \\ c + dt \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}^{[2]}(t) = \begin{pmatrix} \alpha e^t \\ \beta e^t \end{pmatrix},$$

mit geeigneten Konstanten $\alpha, \beta, a, b, c, d \in \mathbb{R}$ zwei Lösungen des zugehörigen homogenen Systems. Zeigen Sie, dass Sie damit ein Fundamentalsystem gefunden haben und geben Sie die allgemeine Lösung des homogenen Systems an.

- b) Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung des inhomogenen systems.
c) Bestimmen Sie die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe mit der Anfangsbedingung:

$$\mathbf{y}(\pi) = \begin{pmatrix} 2\pi \\ \pi \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2:

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des linearen Differentialgleichungssystems

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{y}.$$

- b) Bestimmen Sie die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe mit $\mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$.