

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

Man zeige, dass die Differentialgleichung

$$\frac{e^x}{x} + 2y^3 + \left(3xy^2 + \frac{\sin y}{x} + \frac{y \cos y}{x} \right) y' = 0$$

einen integrierenden Faktor der Form $m = m(x)$ besitzt und bestimme damit dann die allgemeine Lösung (eine implizite Darstellung reicht aus).

Aufgabe 6:

Man löse die folgenden Differentialgleichungen:

$$\text{a) } y'' - 2yy' = 0, \quad \text{b) } y'' - 4y = 0, \quad \text{c) } xy'' - 3y' + 2x = 0.$$

Aufgabe 7:

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$y' = 2y + 3x, \quad y(0) = 1.$$

- a) Man berechne mit Hilfe des Eulerschen-Polygonzug-Verfahrens mit $h = 0.1$ eine Näherung für $y(0.5)$.
- b) Man führe 4 Schritte des Verfahrens der sukzessiven Approximation aus und berechne $y^{[4]}(0.5)$ als Näherung für $y(0.5)$.
- c) Man löse die Anfangswertaufgabe und berechne $y(0.5)$.
- d) Man gebe von der Potenzreihe von $y(x)$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ den Abschnitt bis zur Ordnung 4 an, vergleiche diesen mit $y^{[0]}(x)$ bis $y^{[4]}(x)$ aus Teil b) und zeichne diese Funktionen im Intervall $[0, 0.5]$.

Aufgabe 8:

- a) Man berechne eine Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y' + 2y + \sqrt{y} = 0, \quad y(0) = \frac{1}{4}.$$

- b) Man zeige, dass die Lösung im Intervall $[0, \ln 2]$ eindeutig bestimmt ist.
- c) Man zeige, dass die Lösung im Intervall $[0, b]$ mit $b > \ln 2$ nicht mehr eindeutig bestimmt ist und gebe eine zweite Lösung an.

Abgabetermin: 11.11. - 15.11.2013 (zu Beginn der Übung)