

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

- a) (i) Zeigen Sie, dass die folgende Differentialgleichung exakt ist und bestimmen Sie analytisch eine implizite Darstellung ihrer allgemeinen Lösung

$$(5t^2 + 7y^2) + (14ty + \cos y)y' = 0.$$

- (ii) Es sei $y(0) = \frac{\pi}{2}$. Lösen Sie die Aufgabe näherungsweise mit *ode45* für $t \in [0, 0.5]$. Plotten Sie die Näherungslösung von Matlab.

- (iii) Versuchen Sie die Aufgabe näherungsweise mit *ode45* für $t \in [0, 0.9]$ zu lösen. Was geht da schief? Probieren Sie es mit *ode15s* und achten Sie auf die Fehlermeldung. Können Sie jetzt erklären, warum die Programme nicht zum Ziel führen?

- b) Zeigen Sie, dass die folgende Differentialgleichung einen integrierenden Faktor der Form $m = m(t \cdot y)$ besitzt und bestimmen Sie die allgemeine Lösung

$$y - \frac{2y^2}{t} + 2yy' = 0.$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$y' = ty + t, \quad y(0) = 1.$$

- a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Eulerschen Polygonzug-Verfahrens mit den Schrittweiten $h = 0.5$ bzw. $\tilde{h} = 0.25$ Näherungen für $y(1)$. Verwenden Sie zum Vergleich das verbesserte Polygonzug-Verfahren

$$t_{k+\frac{1}{2}} := t_k + \frac{h}{2}, \quad k_2 := y_k + \frac{h}{2} f(t_k, y_k) \approx y(t_{k+\frac{1}{2}})$$

$$t_{k+1} := t_k + h, \quad y_{k+1} := y_k + h \cdot f(t_{k+\frac{1}{2}}, k_2)$$

mit den Schrittweiten $h = 0.5$ bzw. $\tilde{h} = 0.25$.

- b) Lösen Sie die gegebene Anfangswertaufgabe analytisch und berechnen Sie den exakten Wert $y(1)$.
- c) Fertigen Sie eine Skizze an, in der Sie die exakte Lösung mit den numerischen Lösungen vergleichen.

Abgabetermine: 12.11.-16.11.2012