

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 7, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben seien die Vektorfelder $\mathbf{f}, \mathbf{g} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$\mathbf{g} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 + z \\ y^2 z + z^3 \\ -y \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{f} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2xz \\ -2yz \\ x^2 - y^2 \end{pmatrix}$$

- a) Berechnen Sie Potentiale zu \mathbf{f} und \mathbf{g} , falls dies möglich ist.
- b) Berechnen Sie für

$$\mathbf{c} : [0, \frac{\pi}{6}] \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} t \\ \cos(3t) \\ \sin(3t) \end{pmatrix}.$$

die Kurvenintegrale

$$\int_{\mathbf{c}} \mathbf{f} d\mathbf{x}, \quad \text{und} \quad \int_{\mathbf{c}} \mathbf{g} d\mathbf{x}.$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei der Körper $K := \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 5 - x + y, \}$

und das Vektorfeld $\mathbf{f}(\mathbf{x}) := (xz, yz, xyz)^T$.

- a) Skizzieren Sie K und geben Sie Parametrisierungen für die drei glatten Flächenstücke F_1, F_2 und F_3 an, die K beranden.
- b) Berechnen Sie das Volumenintegral $\int_K \operatorname{div} \mathbf{f} d\mathbf{x}$.
- c) Berechnen Sie den Fluss von \mathbf{f} durch die Flächenstücke F_1, F_2 und F_3

Abgabetermine: 27.01.–31.01.25