Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2024/25**
Prof. Dr. I. Gasser, Dr. H. P. Kiani

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 4, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die stationären Punkte der folgenden Funktionen und klassifizieren Sie diese. Prüfen Sie also, ob es sich jeweils um ein Minimum, ein Maximum oder einen Sattelpunkt handelt.

a) $f(\boldsymbol{x}) := \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{A}\, \boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}^T \boldsymbol{x} + c$ mit

$$\boldsymbol{x} := \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2, \quad \boldsymbol{A} := \begin{pmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} := \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix}, \quad c = 2024,$$

b)

$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad g(x,y) := x^3 + y^3 - 27xy + 25.$$

Aufgabe 2:

Es sei $g(x,y) := y^2 \cdot x - y \cdot \exp(x+y) + 2$.

a) Zeigen Sie, dass durch $g(x,y) = 0$ in der Umgebung von $P_0 = (-1,1)$ implizit eine Funktion $y(x)$ definiert ist. Es gilt also lokal

$$g(x,y) = 0 \Longrightarrow y = f(x), \quad f(-1) = 1.$$

b) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom ersten Grades der Funktion $f(x)$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = -1$.

c) Berechnen Sie $f'(-1)$ mittels impliziter Differentiation.

d) Durch die Relation $g(x,y) = y^2 \cdot x - y \cdot \exp(x+y) + 2 = 0$ ist eine Kurve im $\mathbb{R}^2$ implizit gegeben.

Warum ist es ausgeschlossen, dass P_0 ein singulärer Punkt der Kurve ist?

Prüfen Sie ob die Kurve im Punkt P_0 eine horizontale oder eine vertikale Tangente hat.

Bearbeitung: 02.–06.12 .24