

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 3, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1)

Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) := x \cdot y^2 + \cos(x + y) + 2y + 3.$$

- a) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades T_2 von f zum Entwicklungspunkt $(x_0, y_0) = (0, 0)$.
- b) Zeigen Sie, dass für alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ mit $|x| \leq 0.2$ und $|y| \leq 0.2$ gilt:

$$|f(x, y) - T_2(x, y)| \leq \frac{4}{100}.$$

- c) Geben Sie das Taylor-Polynom dritten Grades T_3 von f zum Entwicklungspunkt $(x_0, y_0) = (0, 0)$ an und zeigen Sie, dass für alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ mit $|x| \leq 0.2$ und $|y| \leq 0.2$ gilt:

$$|f(x, y) - T_3(x, y)| \leq \frac{2}{1000}.$$

Aufgabe 2:

- a) Beschreiben Sie die folgenden Teilmengen des \mathbb{R}^2 bzw. \mathbb{R}^3 mit Worten und geben Sie diese mit Hilfe von Polar- bzw. Zylinder- bzw. Kugelkoordinaten wieder.

$$M_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4 \right\},$$

$$M_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0 \right\},$$

$$M_3 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0 \right\},$$

$$M_4 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 5 \right\},$$

$$M_5 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \right\},$$

$$M_6 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, y \geq 0 \right\},$$

$$M_7 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0 \right\}.$$

- b) Beschreiben Sie die Ränder der Mengen aus a) mit Hilfe von Polar-, bzw. Zylinder- bzw. Kugelkoordinaten.

Bearbeitung: 18.-22.11.24