

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 3, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Funktion

$$f(x, y, z) = 2 + xz + y^2 + e^x y^2 \cos(z).$$

- a) Berechnen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades von f mit dem Entwicklungspunkt $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T := (0, 1, \pi)^T$.
- b) Zeigen Sie, dass für den Betrag des Restglieds $R_2(x, y, z) = f(x, y, z) - T_2(x, y, z)$ folgende Abschätzung gilt:

$$|R_2(x, y, z)| \leq 0.02 \quad \forall \mathbf{x} = (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|_\infty \leq 0.1.$$

Aufgabe 2:

Hinweis: Zur Lösung dieser Aufgabe brauchen Sie keine einzige Ableitung genau auszurechnen!

Berechnen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades T_2 zur Funktion

$$f(x, y) = xy + \cos(x)e^y + \sin\left(\frac{x+y}{2}\right)$$

mit dem Entwicklungspunkt $\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und zeigen Sie, dass für alle

$$(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 \quad \text{mit} \quad |x| \leq 0.15, |y| \leq 0.2$$

die folgende Abschätzung gilt

$$|R_2(x, y; \mathbf{x}_0)| := |f(x, y) - T_2(x, y; \mathbf{x}_0)| \leq 0.05.$$

.

Abgabe: 18.–22.11.24