Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2024/25**
Prof. Dr. I. Gasser
Dr. H. P. Kiani

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 1, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) = \cos(2x - 3y) + x^3 - y^3 + 2y^2 .$$

a) Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen erster, zweiter und dritter Ordnung von f.

b) Geben Sie $\operatorname{grad} f(x,y)$, $\nabla f(x,y)$ und $\Delta f(x,y)$ an.

Aufgabe 2: Gegeben sind die Mengen

$$M_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R},\ x^2 + y^2 \leq 1 \right\},$$

$$M_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R},\ x^2 + y^2 < 4 \right\},$$

$$M_3 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R},\ 1 \leq x^2 + y^2 < 4 \right\},$$

$$M_4 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : x, y, z \in \mathbb{R},\ x^2 + y^2 \leq 1 \right\},$$

$$M_5 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : x, y, z \in \mathbb{R},\ x^2 + y^2 + z^2 < 1 \right\},$$

$$M_6 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \cdot (1, 2)^T = 1 \right\},$$

$$M_7 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : (x, y, z) \cdot (1, 2, 1)^T < 1 \right\},$$

$$M_8 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : x, y, z \in \mathbb{R},\ z = x^2 + y^2 \right\}.$$

$$M_9 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R},\ (x+3)^2 + y^2 \leq 1 \right\} \cup \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R},\ (x-3)^2 + y^2 \leq 1 \right\}.$$

a) Geben Sie die Randpunkte der Mengen $M_1, \ldots, M_9$ an.

b) Welche der Mengen $M_1, \ldots, M_9$ sind offen, welche sind abgeschlossen?

c) Welche der Mengen $M_1, \ldots, M_9$ sind beschränkt?

d) Welche der Mengen $M_1, \ldots, M_9$ sind zusammenhängend, welche sind konvex?

Bearbeitung: 21.–24.10.24