Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2024/25**
Prof. Dr. I. Gasser, Dr. H. P. Kiani

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 1, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung für die Funktionen:

$$s(x,y,z) := xyz\,\sin(x+y+z), \qquad\qquad g(x,y,z) := \frac{\cos^2(x)e^y}{z}\,.$$

b) Berechnen Sie für die Funktion $f:\ \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x,y,z) = \arctan(x)e^y + \sin(x)\ln(1+y^2)z + x^2e^{z^2}$$

die Ableitung f_{xyz} sowie $\nabla f(x,y,z)$.

Aufgabe 2: Die Funktion

$$u(x,t) := \frac{1}{2}\left[\sin\left(\frac{2\pi}{L}(x+ct)\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{L}(x-ct)\right)\right]$$

beschreibt näherungsweise die Auslenkung des Punktes $x \in [0,L]$ einer schwingenden Saite der Länge L zum Zeitpunkt $t \geq 0$ mit den Anfangsdaten
$u(x,0) = \sin\left(\dfrac{2\pi x}{L}\right) =$ Auslenkung zum Zeitpunkt $t=0$ und
$u_t(x,0) = 0 =$ Geschwindigkeit zum Zeitpunkt $t=0$.

a) Berechnen Sie die Auslenkung in den Endpunkten der Saite, die sogenannten Randdaten $u(0,t)$ und $u(L,t)$.

b) Zeigen Sie, dass u die Wellengleichung $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ erfüllt.

c) Versuchen Sie die Form der Saite für $t = 0, \frac{L}{6c}, \frac{L}{4c}, \frac{L}{3c}, \frac{L}{2c}, \frac{L}{c}$ zu skizzieren.
Hinweis: $\sin(a+b)+\sin(a-b) = 2\sin(a)\cos(b)$.

Abgabe bis: 25.10.24